

# 0410107 - PRINCÍPIOS DE SISTEMÁTICA E BIOGEOGRAFIA

Instituto de Biociências - Universidade de São Paulo

## Prática 5

### Exercício 1

Por que topologias de consenso possuem sempre maior número de transformações do que suas topologias fundamentais?

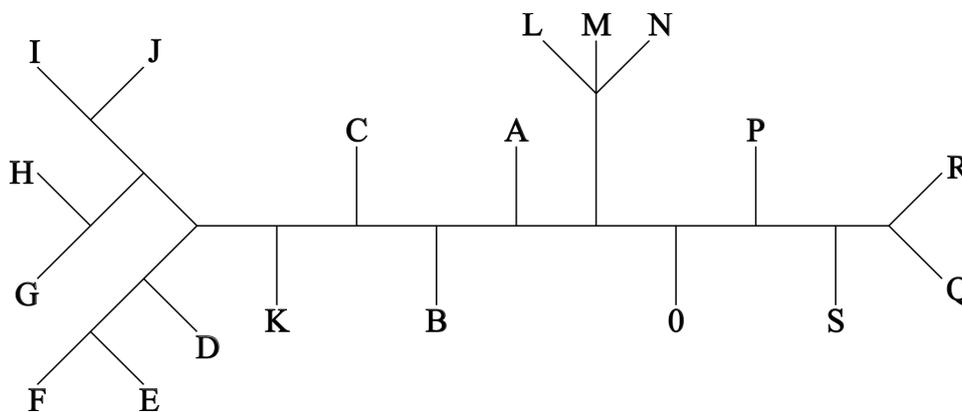
---

---

---

### Exercício 2

Considere o diagrama não-enraizado ilustrado na Figura 1



**Figura 1:** Diagrama não-enraizado para o Exercício 2.

- i. Enraize este diagrama utilizando os terminais **J** e **I** como grupos-externos.

ii. Descreva esta topologia em um único parágrafo de forma que sua leitura reproduza a topologia em questão.

---



---



---

### Exercício 3

O que comprimento de ramos (internos e externos) representam e como eles podem ser utilizados para inferir tempos absolutos de eventos de cladogênese?

---



---



---



---



---



---



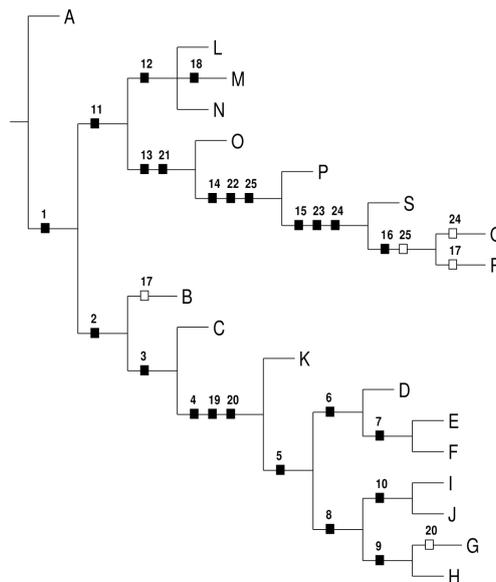
---



---

### Exercício 4

Considere o cladograma ilustrado na Figura 2.



**Figura 2:** Cladograma para o Exercício 4. Transformações representadas por “■” indicam polarização 0 → 1 e aquelas representadas por “□” indicam polarização 1 → 0.

i. Indique onde ocorreu uma reversão que sustenta a relação de algum grupo.

---

ii. Indique onde ocorreu uma reversão autapomórfica.

---

iii. Qual caráter possui otimização ambígua e qual seria a otimização alternativa?

---

---

---

iv. As relações entre os terminais O, P, Q, R e S podem ser expressas, no que chamamos de notação parentética da seguinte forma: (O(P(S(Q R)))). Usando a mesma lógica, descreva da mesma forma as relações entre os terminais K, D, E, F, G, H, I e J.

---

---

### Exercício 5

Considere as seguintes notações parentéticas:

Topologia 1: (S(T((U(V X))(Y(W Z))))))

Topologia 2: (S(T((U V X)((Y W)Z))))

Topologia 3: (S(T(((U V)X)(Y W Z))))

i. Qual seria o consenso estrito entre estas três topologias?

ii. Qual seria o consenso semi-estrito entre as topologias 1 e 2?

### Exercício 6

Considere o seguinte modelo de substituição de nucleotídeos,

$$JC = \begin{pmatrix} P_{(AA)} & P_{(AC)} & P_{(AG)} & P_{(AT)} \\ P_{(CA)} & P_{(CC)} & P_{(CG)} & P_{(CT)} \\ P_{(GA)} & P_{(GC)} & P_{(GG)} & P_{(GT)} \\ P_{(TA)} & P_{(TC)} & P_{(TG)} & P_{(TT)} \end{pmatrix} \alpha$$

na qual  $P_{(AA)}$  é a probabilidade de não-mudança do estado  $A$ ,  $P_{(AC)}$  é a probabilidade da transformação  $A \rightarrow C$  ocorrer,  $P_{(AG)}$  é a probabilidade da transformação  $A \rightarrow G$  ocorrer, ... *ad nauseam!*

Este modelo, uma simplificação do modelo de Jukes–Cantor (1969)<sup>1</sup> – o primeiro modelo de substituição publicado –, refere-se às probabilidades de substituição ( $L_{(i,j)}$ ) multiplicada pela taxa ( $\alpha$ ) pela qual qualquer substituição irá ocorrer. Neste exercício, esta taxa de substituição será expressa pelo comprimento dos ramos “ $v$ ”. As Tabelas 1 e 2, abaixo, contém as probabilidades de transformação de acordo com os respectivos valores de  $v$ .

	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>G</b>	<b>T</b>
<b>A</b>	0,9064	0,0312	0,0312	0,0312
<b>C</b>	0,0312	0,9064	0,0312	0,0312
<b>G</b>	0,0312	0,0312	0,9064	0,0312
<b>T</b>	0,0312	0,0312	0,0312	0,9064

**Tabela 1:** Matriz de probabilidades de transformação para  $v = 0.1$ .

	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>G</b>	<b>T</b>
<b>A</b>	0,9516	0,0161	0,0161	0,0161
<b>C</b>	0,0161	0,9516	0,0161	0,0161
<b>G</b>	0,0161	0,0161	0,9516	0,0161
<b>T</b>	0,0161	0,0161	0,0161	0,9516

**Tabela 2:** Matriz de probabilidades de transformação para  $v = 0.05$ .

<sup>1</sup>Jukes, T.H. & C.R. Cantor. 1969. Evolution of protein molecules. In: H.N. Munro (ed.) Mammalian protein metabolism. Academic Press, NY. 21-132 pp.

Com base nestas informações, você deverá calcular a verossimilhança máxima (*Maximum Likelihood*, **ML**) de uma das topologias abaixo. Esse exercício deverá ser feito em dupla, de modo que cada um faça o cálculo para umas das topologias abaixo e vocês possam comparar os resultados. Lembre-se se algumas regras para o cálculo de **ML**:

- i. Para cada reconstrução, as probabilidades de substituição  $L_{(i,j)}$  no comprimento dos ramos são multiplicadas. Por exemplo, a probabilidade da Reconstrução 1 da Topologia 1 ( $P_{R1T1}$ ) é  $P_{(AA|v=0.05)} * P_{(AA|v=0.05)} * P_{(AA|v=0.1)} * P_{(AG|v=0.1)} * P_{(AG|v=0.1)}$ , ou seja,  $0,9516 * 0,9516 * 0,9064 * 0,0312 * 0,0312 = 0.000798984$  (veja Tabelas 1 e 2, e a Reconstrução 1 da Topologia 1). Observe que existem componentes probabilísticos idênticos – o que minimiza o número de cálculos necessários.
- ii. A **ML** de uma topologia é dada pela soma das **MLs** de cada reconstrução. Por exemplo, a verossimilhança máxima da Topologia 1 (*i.e.*,  $L_{T1}$  é a soma das probabilidades das 16 possíveis reconstruções, ou seja,  $L_{T1} = P_{R1T1} + P_{R2T1} + P_{R3T1} \dots P_{R16T1}$ .

Feito os cálculos responda:

- a. Qual das topologias seria escolhida por este critério, *i.e.*, verossimilhança máxima (ou *Maximum Likelihood*)? Justifique.

---

---

- b. Se você estivesse utilizado como critério de seleção a parcimônia, você teria obtido o mesmo resultado? Justifique.

---

---

- c. Para cada uma das topologias (*i.e.*, T1 e T2) qual(ais) reconstrução(ões) seria(m) selecionadas pelo critério de verossimilhança máxima?

---

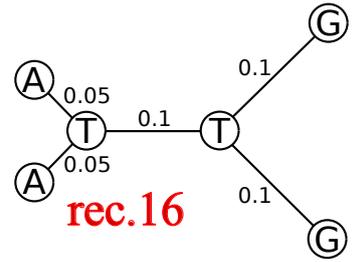
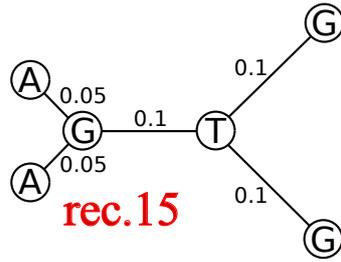
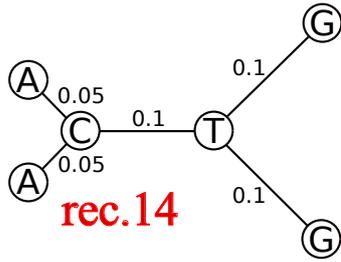
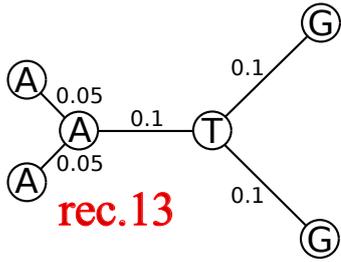
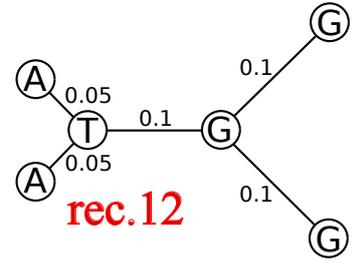
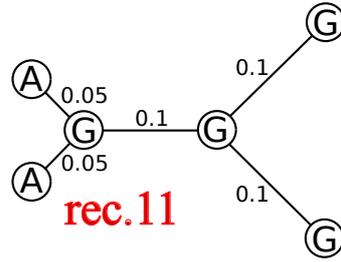
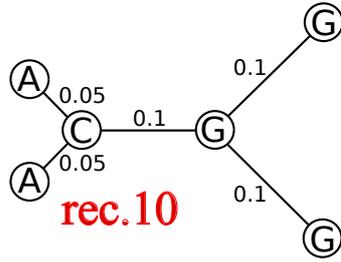
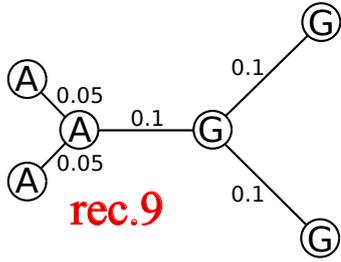
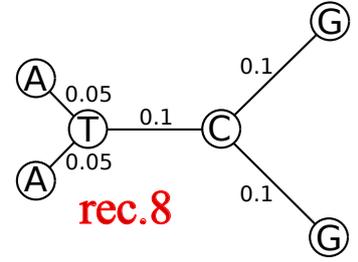
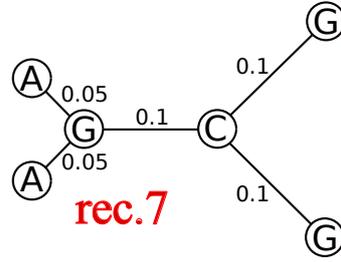
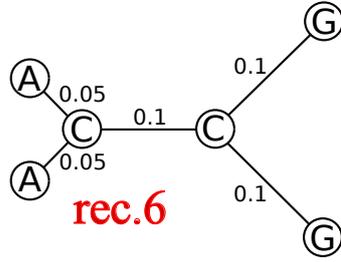
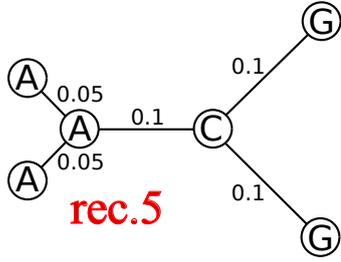
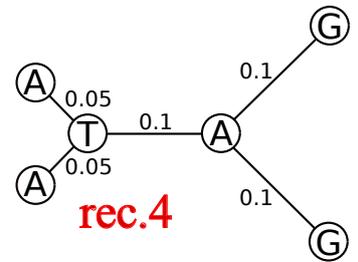
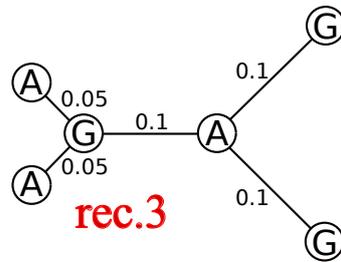
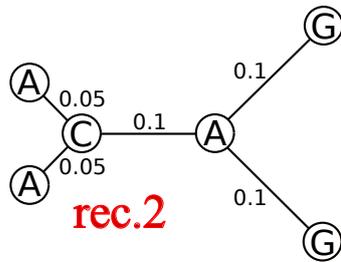
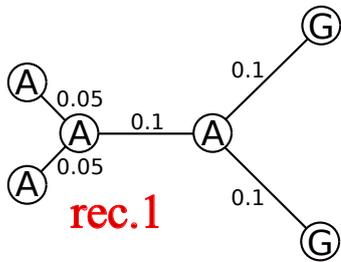
---

- d. Você selecionaria as mesmas reconstruções acima se o seu critério de seleção fosse a parcimônia? Justifique.

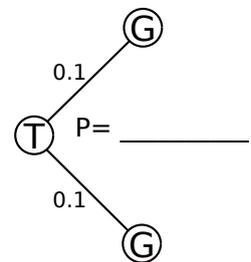
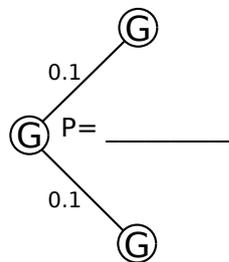
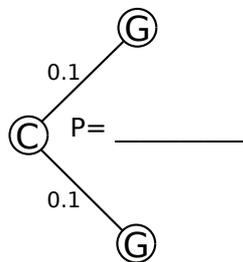
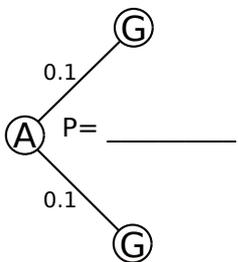
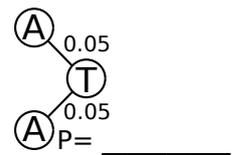
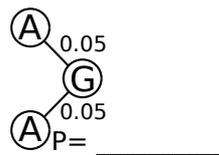
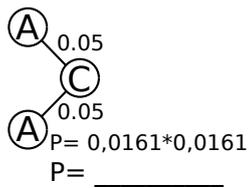
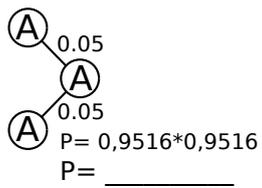
---

---

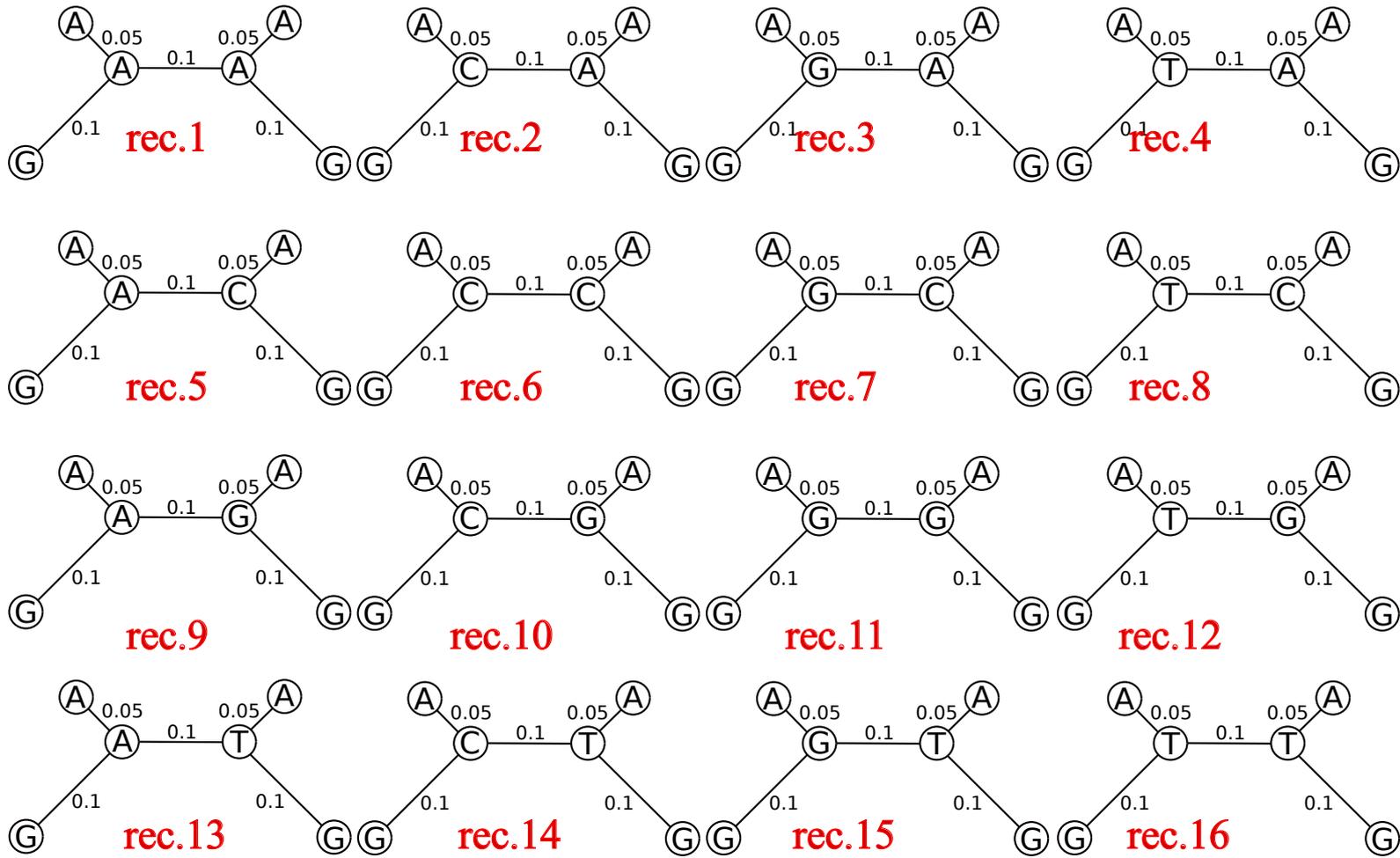
# Reconstruções (T1):



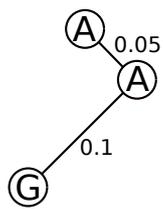
## Componentes probabilísticos:



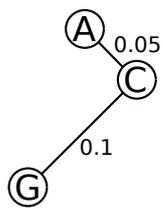
# Reconstruções (T2):



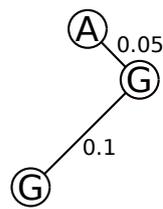
# Componentes probabilísticos:



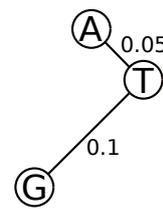
$P = 0,9516 * 0,0312$   
 $P = \underline{\hspace{2cm}}$



$P = 0,0161 * 0,0312$   
 $P = \underline{\hspace{2cm}}$



$P = \underline{\hspace{2cm}}$



$P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{A} \xrightarrow{0.1} \text{A}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{A} \xrightarrow{0.1} \text{C}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{C} \xrightarrow{0.1} \text{C}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{A} \xrightarrow{0.1} \text{G}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{C} \xrightarrow{0.1} \text{G}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{G} \xrightarrow{0.1} \text{G}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{A} \xrightarrow{0.1} \text{T}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{C} \xrightarrow{0.1} \text{T}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{G} \xrightarrow{0.1} \text{T}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{T} \xrightarrow{0.1} \text{T}$   $P = \underline{\hspace{2cm}}$