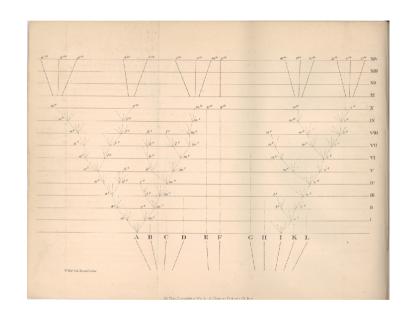
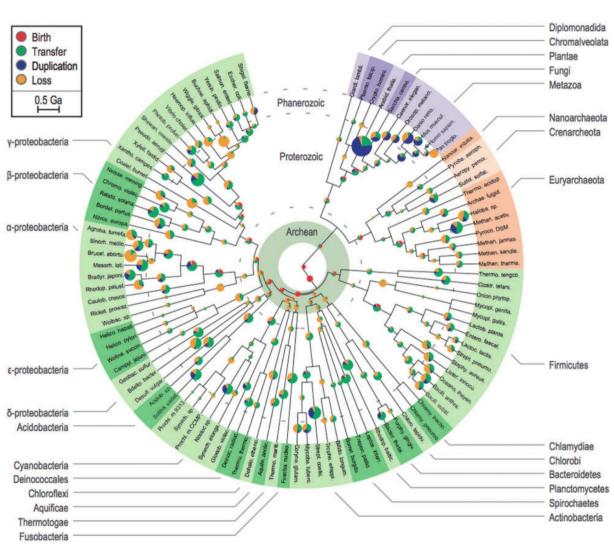


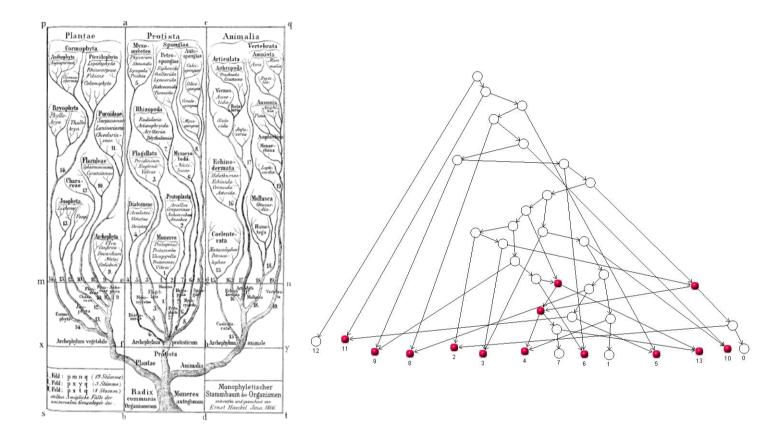
Topologias: grafos, enumeração e espaço



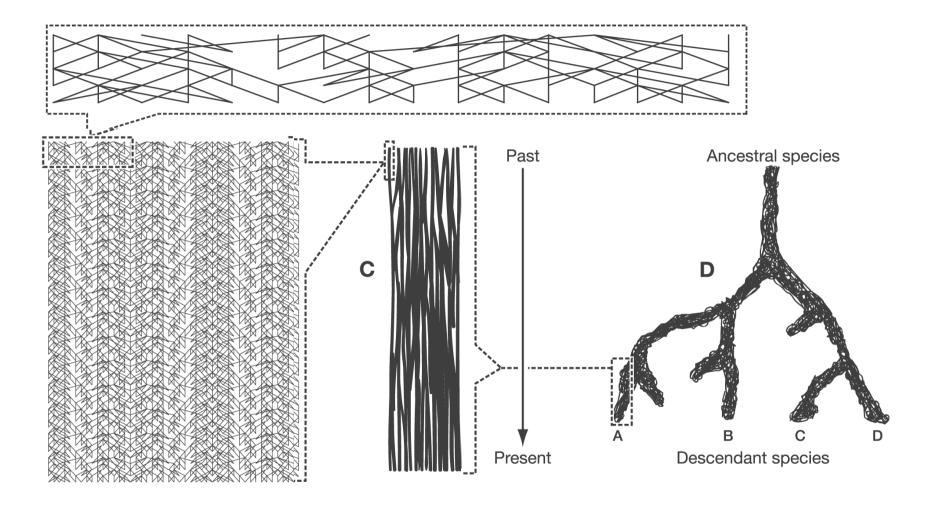


Modelo de representação:



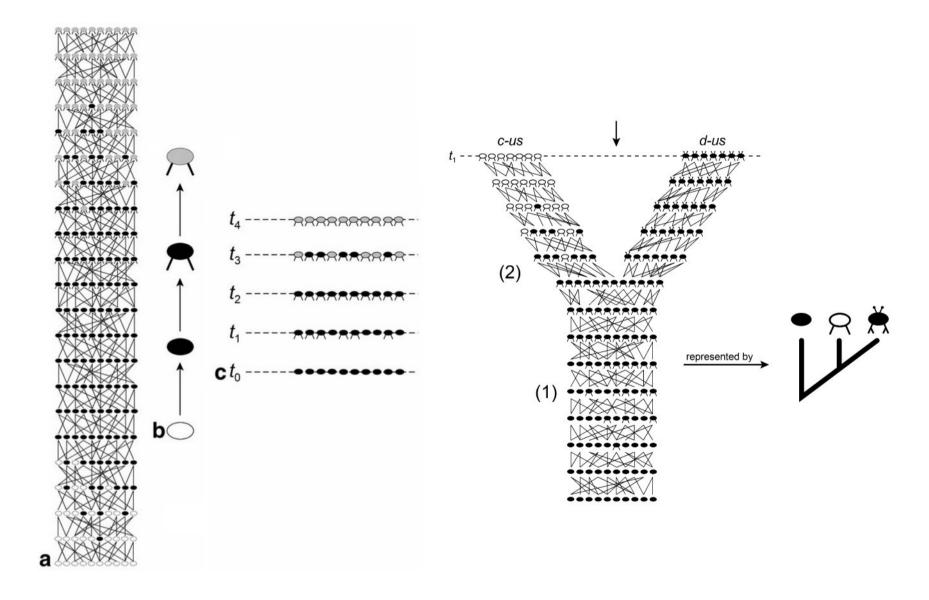


Modelo de representação:

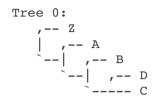


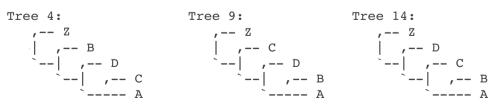
Fonte: Dr. David Baum, Department of Botany, University of Wisconsin.

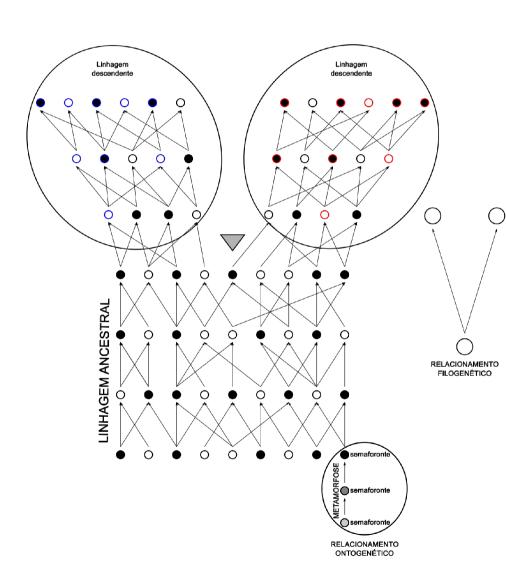
Modelo de herança:



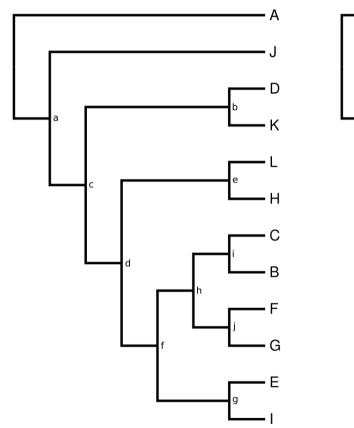
Modelo de representação:

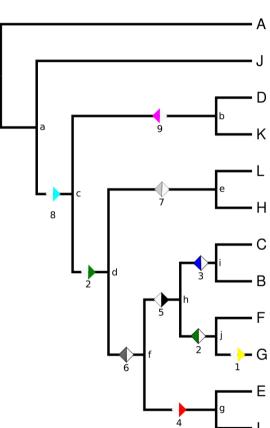


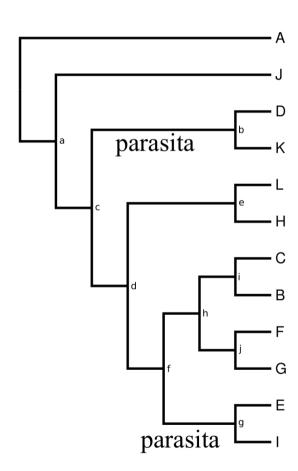




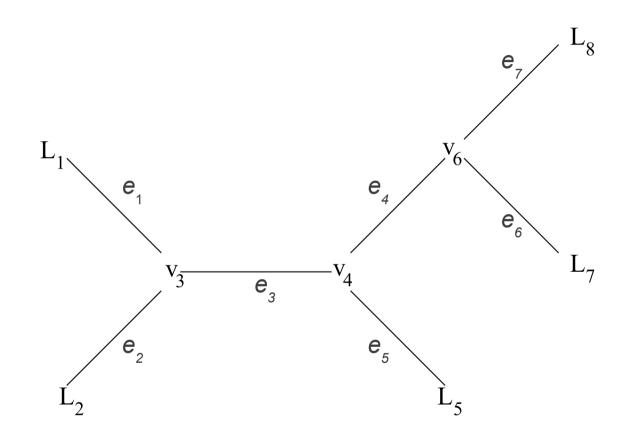
Cladogramas, árvores e cenários:







Objetos matemáticos que consistem de um par de conjuntos (V,E) de *vertices* (nós, V) e *edges* (linhas entre nós, ramos, E).

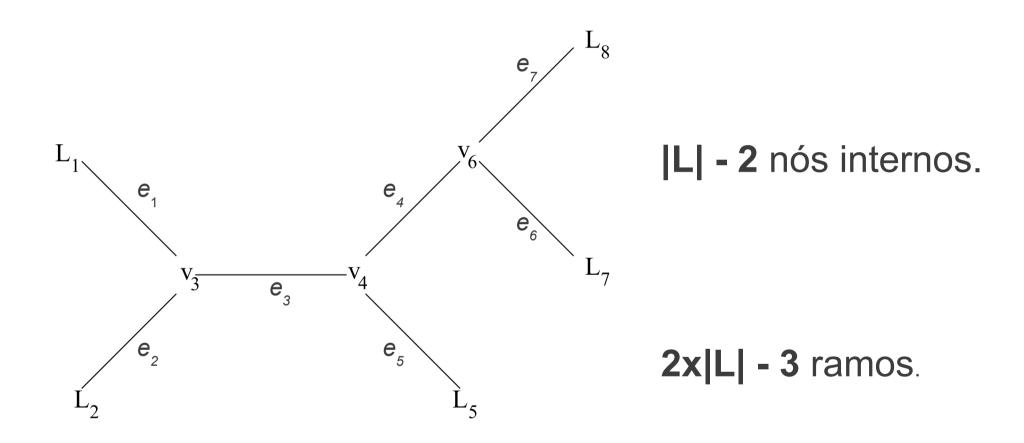


O **grau** de um nó é o número de ramos conectados a ele.

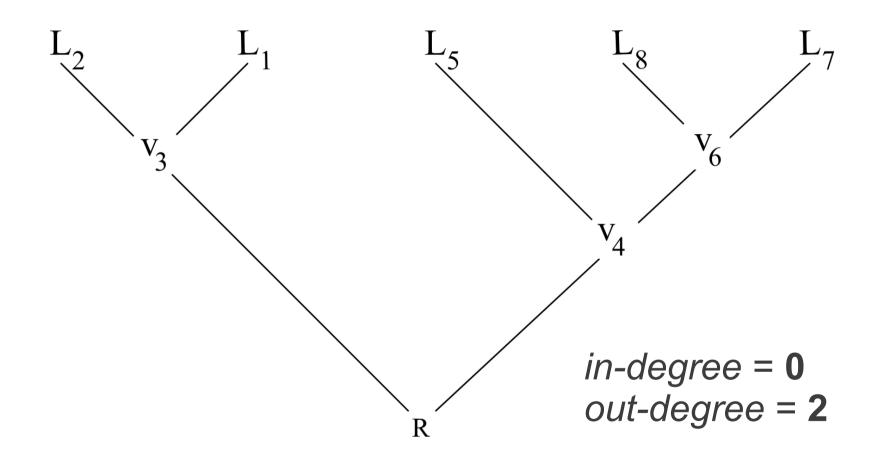
Terminais, *leaves* (*L*), são nós de grau 1 e são conectados a um outro nó por um único ramo.

Uma topologia T = (V, E) é um grafo conectado sem ciclos.

Uma topologia *T* é **binária** quando todos os nós internos possuem grau 3.

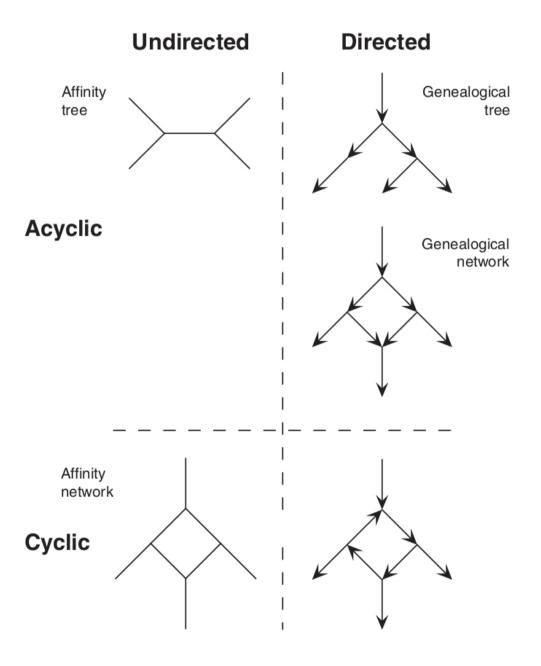


Grafos direcionados, enraizados, possui um nó e um ramo adicional.

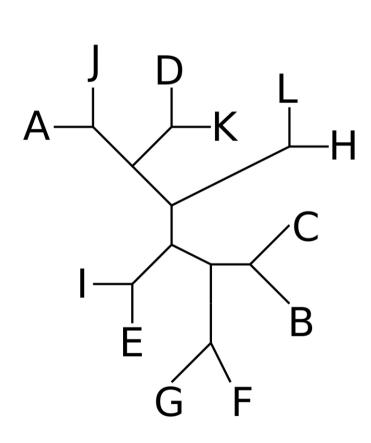


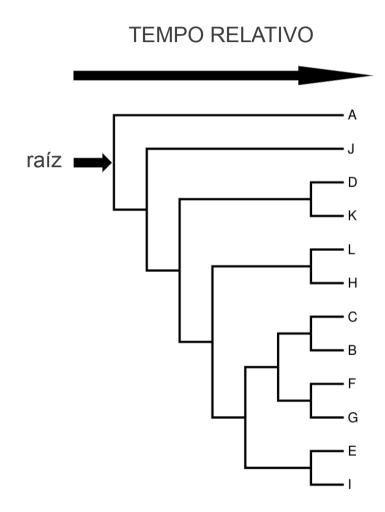
A raíz é o único nó com grau 2.

trees vs. networks



Raíz: vetor temporal





Resolução/informação

Hipóteses. "Explanatory power", ambiguidade, erro e testabilidade

ambiguidade G

Hipótese: uma explicação para um fenômeno observável ou uma proposição racional prevendo uma possível correlação causal entre múltiplos fenômenos.

 $H_1 \rightarrow H_3$: decresce o conteúdo informativo (o que a hipótese explica)

Diagramas totalmente dicotômicos estão mais relacionados com o conteúdo informativo da hipótese do que com a suposição de que todo ancestral hipotético daria origem a somente duas linhagens por cladogênese.

Enumeração:

Para topologias não direcionadas e *n* ≥

- **3** 1 **4** 3
- **5** 15
- 6 105
- **7** 945
- 8 10395
- 9 135135
- **10** 2027025
- **11** 34459425
- **12** 654729075
- **13** 13749310575
- **14** 316234143225
- **15** 7905853580625
- **16** 213458046676875
- **17** 6190283353629375
- **18** 191898783962510625
- **19** 6332659870762850625
- **20** 221643095476699771875
- **21** 8200794532637891559375
- 22 319830986772877770815625
- **23** 13113070457687988603440625
- **24** 563862029680583509947946875
- **25** 25373791335626257947657609375
- 26 1192568192774434123539907640625
- 27 58435841445947272053455474390625
- 28 2980227913743310874726229193921875
- **29** 157952079428395476360490147277859375
- **30** 8687364368561751199826958100282265625
- **31** 495179769008019818390136611716089140625
- **32** 29215606371473169285018060091249259296875
- **33** 1782151988659863326386101665566204817109375
- **34** 112275575285571389562324404930670903477890625
- **35** 7297912393562140321551086320493608726062890625
- **36** 488960130368663401543922783473071784646213671875
- **37** 33738248995437774706530672059641953140588743359375
- **38** 2395415678676082004163677716234578672981800778515625
- **39** 174865344543353986303948473285124243127671456831640625
- **40** 13114900840751548972796135496384318234575359262373046875

(2n-4)! $(n-2)! 2^{n-2}$

O número de topologias enraizadas pode ser calculado multiplicando a fórmula acima pelo número de ramos (2*n*-3) ou incrementando +1 à *n*

((C,B),A)[1]

·((((B,F),E),D),C),A)[1.1.1.1] .((((B,E),D),(C,F)),A)[1.1.1.2] .((((B,E),(D,F)),C),A)[1.1.1.3] .((((B,(E,F)),D),C),A)[1.1.1.4] (((((B,B),F),D),C),A)[1.1.1.5] (((((B,E),D),C),F),A)[1.1.1.7] -(((B,F),D),(C,E)),A)[1.1.2.1] -(((B,D),((C,F),E)),A)[1.1.2.2] -(((B,(D,F)),(C,E)),A)[1.1.2.3] -(((B,D),(C,(E,F))),A)[1.1.2.4] ((((B,E),D),C),A)[1.1.1] (((B,D),((C,R),P)),A)(1,1,2,6 ·((((B,D),(C,E)),P),A)[1.1.2.7] (((B.D).(C.E)).A)[1.1.2 ((((B,F),(D,E)),C),A)[1.1.3.1] (((B,(D,E)),(C,F)),A)[1.1.3.2] (((B,((D,F),E)),C),A)[1.1.3.3] ~(((B,(D,F),E)),C),A)[1.1.3.4] -(((B,(D,(E,F))),C),A)[1.1.3.5] -(((B,(D,E),F)),C),A)[1.1.3.5] -((((B,(D,E)),F),C),A)[1.1.3.6] ~((((B,(D,E)),C),F),A)[1.1.3.7] (((B,D),C),A)[1.1] (((B,(D,E)),C),A)[1.1.3] ((((B,D),E),C),A)[1.1.4] .((((B.F).D).E).C).A)[1.1.4.1] $-((((B_pD)_nB)_p(C_pP)_p)_k)[1.1.4.2]$ $-((((B_pD)_pP)_pE)_p)_p)_k][1.1.4.4]$ $-(((((B_pD)_nE_pP)_pE)_pP)_k)[1.1.4.5]$ $-(((((B_pD)_nE_pP)_pE)_k)[1.1.4.5]$ $-(((((B_pD)_nE_pP)_pE)_k)[1.1.4.7]$ ((((B,D),C),E),A)[1.1.5]. ((((B-F)-D)-C)-F)-A)(1-1-5-11 /(((B.F).E).(C.D)).A)[1.2.1.1] /((((B,E),E),((C,D)),A)[1.2.1.1] /(((B,E),((C,F),D)),A)[1.2.1.2] /(((B,E),(C,(D,F))),A)[1.2.1.3] /(((B,E),F),(C,D)),A)[1.2.1.4] /((((B,E),F),(C,D)),A)[1.2.1.5] /(((B,E),((C,D),F)),A)[1.2.1.6] ((((B,E),(C,D)),F),A)[1.2.1.7] ///B-P1-//C-R1-D11-A1(1-2-2-1) /((B,F),((C,B),D)),A)[1.2.2.1] /((B,(((C,F),E),D)),A)[1.2.2.2] /((B,((C,E),(D,F))),A)[1.2.2.3] /((B,((C,(B,F)),D)),A)[1.2.2.4] _((B,(((C,E),F),D)),A)[1.2.2.5] (((B,E),(C,D)),A)[1.2.1] .((B.(((C.R).D).F)).A)[1.2.2.6 (((B,((C,E),D)),F),A)[1.2.2.7] ((B,((C,E),D)),A)[1.2.2 -(((B,F),(C,(D,E))),A)[1.2.3.1] -((B,((C,F),(D,E))),A)[1.2.3.2] -((B,(C,((D,F),E))),A)[1.2.3.3] -((B,(C,(D,(E,F)))),A)[1.2.3.4] (((B,D),C),A)[1.1] ((B.(C.(D.E))).A)[1.2.3] -((B.(C.((D.E).F))).A)[1.2.3.5 (((B,(C,(D,E))),F),A)[1.2.3.7] ((B,((C,D),E)),A)[1.2.4]~ .(((B,F),((C,D),E)),A)[1.2.4.1] .((B,(((C,F),D),E)),A)[1.2.4.2] .((B,((C,(D,F)),E)),A)[1.2.4.3] .((B,((C,D),(E,F))),A)[1.2.4.4] (((B,(C,D)),E),A)[1.2.5] ((B,(((C,D),(B,F))),A)[1-2.4.5] ((B,(((C,D),F),E)),A)[1-2.4.6] (((B,(((C,D),E),F)),A)[1-2.4.6] .(((((B,F),E),C),D),A)[1.3.1.1] .(((B,E),(C,F)),D),A)[1.3.1.2] .(((B,E),C),(D,F)),A)[1.3.1.3] ((((B,B),F),C),D),A)[1.3.1.5] ((((B,B),C),F),D),A)[1.3.1.6] ((((B,E),C),D),F),A)[1.3.1.7] ((((B,F),(C,E)),D),A)[1.3.2.1] /(((B,F),(C,B),D),A)(1.3.2.1) /(((B,(C,F)),B),D),A)[1.3.2.2] -(((B,(C,B)),(D,F)),A)[1.3.2.3] -(((B,(C,(R,F))),D),A)[1.3.2.4] -(((B,(C,E),F)),D),A)[1.3.2.5] -((((B,(C,E)),F),D),A)[1.3.2.5] -((((B,(C,E)),F),D),A)[1.3.2.7] ((((B,E),C),D),A)[1.3.1] (((B,(C,E)),D),A)[1.3.2 -((((B,F),C),(D,E)),A)[1.3.3.1] -((((B,T),C),(D,E)),A)[1.3.3.1] -(((B,C),((D,T),E)),A)[1.3.3.2] -(((B,C),((D,T),E)),A)[1.3.3.3] -(((B,C),(D,(E,T))),A)[1.3.3.4] -((((B,C),T),(D,E)),A)[1.3.3.5] -((((B,C),T),(D,E)),A)[1.3.3.5] (((B,C),D),A)[1.3] (((B,C),(D,E)),A)[1.3.3] ((((B,C),(D,E)),F),A)[1.3.3.7] ((((B,C),E),D),A)[1.3.4]~ .(((((B.F).C).E).D).A)[1.3.4.1 $\{((((B,T),C),B),D),A)[1.3.4.1]$ $\{(((B,C,C,T)),B,D),A\}[1.3.4.2]$ $\{(((B,C),B),(D,T)),A)[1.3.4.3]$ $\{(((B,C),E,F),D),A\}[1.3.4.4]$ $\{((((B,C),F),B),D),A\}[1.3.4.4]$ $\{((((B,C),E),T),D),A\}[1.3.4.6]$ ((((B,C),D),E),A)[1.3.5]

(((((B,C),B),D),T),h)[1.3-4.7] -(((((B,C),B),D),B),h)[1.3.5.1] -((((B,C),C,B),B),L1.3.5.1) -(((((B,C),C,B)),B),h)[1.3.5.2] -((((((B,C),C),B),B),H),L1.3.5.2) -(((((((B,C),D),B),B),H),L1.3.5.2) -((((((((B,C),B),B),B),A),L1.3.5.2) -(((((((((((B,C),B),B),B),B),A),L1.3.5.2) -(((((((((((B,C),B),B),B),B),B),B),L1.3.5.2)

Distância entre topologias: "tree-shaped-objects"

Métrica de Robinson & Foulds (1981): número mínimo de operações necessárias pata converter T_1 and T_2 , denotada por $d(T_1, T_2)$.

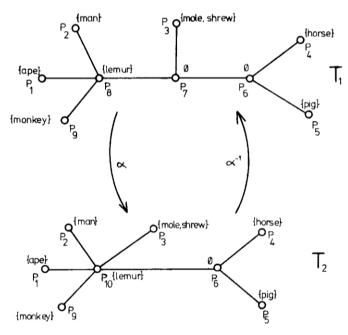


Fig. 1. The application of operations α and α^{-1} .

Optimality:

Grande debate centrado em cálculos específicos de otimização.

Definição e topologias como hipóteses:

Teste → Avaliação → Determinação de qualidade relativa



Índices de mérito comparativos

Independente do índice: requer função objetiva

$$C = f(D, T)$$

'Without such a cost, these objects are mere pictures — "tree-shaped-objects" of no use in science' (Wheeler et al., 2006: Cladistics 12:1-9)

Distância entre topologias: teste de hipóteses

Dados para 105 topologias (6 terminais):

